

## Die gleichförmige Kreisbewegung

Bgl/Laue-2015

**Festlegung:** Wir betrachten hier nur die **gleichförmige Kreisbewegung**  
(Betrag der Bahngeschwindigkeit  $v$  und die wirkende Kraft sollen konstant sein).

**A)**

- 1) Nach dem Trägheitsgesetz bewegt sich jeder Körper **geradlinig** gleichförmig oder ist in Ruhe, wenn keine Kraft auf ihn einwirkt!
- 2) Wenn sich also ein Körper auf einer Kreisbahn bewegt, bzw. sich bewegen soll, muß er durch eine Kraft dazu gezwungen werden!
- 3) Diese Kraft nennen wir **Radialkraft  $F_r$ , Zentripetalkraft oder auch Zentralkraft**. Sie ist stets zum Mittelpunkt der Kreisbahn gerichtet, und muß **konstant** sein ( nach Festlegung)!
- 4) Da Krafrichtung und Bewegungsrichtung senkrecht zueinander stehen, das heißt  $\alpha = 90^\circ$ , folgt  $\rightarrow W_{\text{mech}} = F \cdot s \cdot \cos \alpha = 0$  Das heißt: **Die Radialkraft verrichtet keine Arbeit!**  
 $\rightarrow$  Satelliten umlaufen also z. B. die Erde, ohne Energie zu verbrauchen!
- 5) Die Radialkraft kann hervorgerufen werden durch :
  - elektrische Kräfte ( Atomkern--Elektronen . . )
  - magnetische Kräfte
  - Gravitation ( Himmelskörper.Satelliten...)
  - mechanische Kräfte ,wie zum Beispiel :
    - \*Reibung ( Straßenfahrzeuge ... )
    - \*Kohäsionskräfte mechanischer Verbindungen ( Seile,Stangen, Führungselemente ,wie z. B . Schienen,Leitplanken etc.)
    - \* Hangabtriebskräfte (Kurvenüberhöhung ...)
  - **oder Kombinationen verschiedener Möglichkeiten !**
- 6) **Sind die zur Verfügung stehenden Kräfte kleiner als die notwendige Radialkraft**, so ist eine **Kreisbewegung** mit entsprechendem Radius bzw. entsprechender Bahngeschwindigkeit **nicht möglich**  $\rightarrow v$  bzw.  $r$  oder  $m$  müssen verändert werden!

**B)** Aus dem Newtonschen Grundgesetz  $F = m \cdot a$  folgt : Wenn die Radialkraft nicht Null ist, muß auch eine Radialbeschleunigung  $a_r \neq 0$  existieren ! Diese ist ebenfalls zum Mittelpunkt der Kreisbahn gerichtet; daher verändert sie nicht den Betrag, sondern die Richtung der Geschwindigkeit! Da aber eben gilt  $a_r \neq 0$ , ist die gleichförmige Kreisbewegung ( $|v| = \text{konst.}$ ) eine beschleunigte Bewegung! Die Radialbeschleunigung ändert nur die Richtung der Bewegung , nicht aber den Betrag der Geschwindigkeit

**C) Gleichungen**

- Die Zeit eines vollen Umlaufes um eine Kreisbahn nennen wir **Umlaufzeit**  $T = t/n_0$
- Ihr Reziprokes heißt Drehfrequenz  $f$ . Also gilt:  $T = 1/f$  das heißt, der Quotient aus der Anzahl von Umläufen und der dafür benötigten Zeit gibt die Umläufe pro Sekunde an!

**- Wir gehen nun von einem vollständigen Umlauf aus :**

Der Weg  $s$  entspricht dem Kreisumfang also ist  $s = 2 \cdot \pi \cdot r$  und  $t = T$ . Demnach folgt aus :

$$v = s / t \text{ entsprechend } \boxed{v = 2 \cdot \pi \cdot r / T} \text{ bzw. } \boxed{v = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot f}$$

Will man die Bewegung durch die Veränderung des **Drehwinkels  $\sigma$**  ( lies : sigma) beschreiben, erhält man analog zur Bahngeschwindigkeit  $v$  die **Winkelgeschwindigkeit  $\omega$**  ( lies : omega) . Sie entspricht der Veränderung des Drehwinkels pro Zeit.

$$\boxed{\text{Radialkraft : } F_r = m \cdot v^2 / r ; \text{ Radialbeschleunigung : } a = v^2 / r}$$

**IV Sachaufgaben :** Zunächst ist festzustellen, welche Bedingungen für welche Größen angegeben sind.

Eine zentrale Frage ist meist: Wie groß ist die notwendige Radialkraft und welcher Art ist sie? Daraus kann sich eine Berechnungsformel ergeben ,z.B.wenn es eine Hangabtriebskraft ist oder eine Gewichtskraft bei Straßenfahrzeugen ist es zumeist die **Reibungskraft**, welche  $F$  "liefert" und berechnet werden muß— gegebenenfalls muß sie mit der notwendigen Radialkraft verglichen werden !

**Achtung. : Es ist hier die Haftreibung !**

Bei anderen Aufgaben ergibt z.B. eine Gleichsetzung von Radialkraft mit der Gravitationskraft die Gleichung, welche nach den gesuchten Größen umgestellt, dann das Ergebnis liefert.z.B : Berechnung von Radien oder Bahngeschwindigkeiten von **Umlaufbahnen** von Satelliten und Himmelskörpern!

Oft sind die Größen "versteckt", müssen also über andere Zwischenergebnisse gefunden werden.

**Beispiel: Überhöhte Kurve :** Aus einem Winkel ergibt sich eine schiefe Ebene  $\rightarrow$  daraus Hangabtriebskraft  $\rightarrow$  daraus ergibt sich wie groß die zur Verfügung stehende Kraft ist, die als Radialkraft dienen kann!

Größe	Formelz.	Einheit	Beschreibung
Drehwinkel	$\sigma$ (sigma)	rad	
Weg	s	m	Gesamtweg, den ein Punkt(Körper) auf der Kreisbahn zurücklegt
Umdrehungen	$n_U$	-	Gesamtdrehungen oder Umläufe um einen Mittelpunkt
Drehzahl	n	1/min	Umdrehungen pro Minute $n = f \cdot 60$
Drehfrequenz	f	1/s	Umdrehungen pro Sekunde $f = n / 60$
Umlaufzeit	T	s	Zeit für einen Umlauf bzw. eine Umdrehung $T = 1 / f$
Bahngeschwindigkeit	V	m/s	Geschwindigkeit eines Bahnpunktes( Körpers) auf Kreisbahn
Winkelgeschwindigkeit	$\omega$ (omega)	1 / s	Drehwinkel pro Sekunde $\omega = \sigma / t$
<i>Winkelbeschleunigung</i>	$\alpha$	$1 / s^2$	<i>Änderung von <math>\omega</math> pro Zeit -- ist bei gleichförmiger Kreisbewegung immer Null !</i>
Radialkraft	$F_r$	N	Kraft, welche den Körper auf Kreisbahn zwingt /zwingen soll
Radialbeschleunigung	$a_r$	m / s <sup>2</sup>	Beschleunigung in Richtung des Mittelpunktes

#### Beispielaufgaben Grundlagen:

- 1) Eine Wäschetrommel (  $r = 0,25$  m) dreht sich beim Schleudern mit einer Drehzahl von 800 Umdrehungen pro Minute !
  - a) Berechnen Sie die Bahngeschwindigkeit, die Radialbeschleunigung und die Radialkraft für ein Wäschestück von 100 g !
  - b) *Wie würden sich diese drei Größen verändern, wenn man die Drehzahl verdoppeln würde ? Leiten Sie hierzu die Proportionalitäten aus den entsprechenden Gleichungen her ! ( keine Ausrechnungen !!!)*
- 2) Eine Lokomotive mit 120 t Masse durchfährt eine Kurve mit dem Radius von 300m mit einer Geschwindigkeit von 144 km/h. !  
Wie groß ist die notwendige Radialkraft; wo kommt sie her?
- 3) Warum fliegt das Wasser, wenn ein nasser Hund sich schüttelt, nur zur Seite und nicht auch nach vorn und hinten?
- 4) Ein Schaufelrad einer Turbine in einem Kernkraftwerk hat einen Durchmesser von 5,4 m. Die Turbine hat eine Drehzahl von 1500 Umdrehungen pro Minute !
  - a) Berechnen Sie Bahngeschwindigkeit, Radialbeschleunigung und Radialkraft für ein Stück des Schaufelrades von 0,5 kg am äußeren Ende der Schaufel !
  - b) *Wie würden sich diese Werte verändern, wenn man den Radius halbieren würde? Leiten Sie hierzu die entsprechenden Proportionen aus den entsprechenden Gleichungen her ! ( keine Ausrechnungen !!)*
- 5) Ein LKW durchfährt eine Kurve (  $r = 8$  m ) mit einer Geschwindigkeit von 72 km /h ( ..... m/s). Seine Masse beträgt 8,2 t ( ..... kg) . Wie groß ist die notwendige Radialkraft; wo kommt sie her ?
- 6) Ein Rad mit einem Durchmesser von 80 Zentimetern rollt in 40 Sekunden eine Strecke von 480 Metern. Berechnen Sie :  
Bahngeschwindigkeit, Winkelgeschwindigkeit, Drehzahl und Umlaufzeit !
- 7) Warum sind die Kurven einer Bobbahn stark überhöht ?
- 8) Ein Fahrzeug mit einer Masse von 60 kg bewegt sich mit einer Geschwindigkeit von 25 km/h ( ..... m/s). Der Durchmesser der Räder beträgt 55 cm ( ..... m). Das Fahrzeug bewegt sich 2 min ( ..... s).
  - a) Berechnen Sie :den zurückgelegten Weg ; die Anzahl der Umdrehungen eines Rades; Drehzahl und Winkelgeschwindigkeit
  - b) *Welche Drehzahl hat der Motor, wenn die Untersetzung des Getriebes 3,4 : 1 ist?*